

**Mots-clés** : Distribution, Temps de séjour, Durée, Traitement, Traitement de données

## Mesure de la distribution des temps de séjour par injection-impulsion

### Traitement des données

La méthode de traitement des données proposée dans cette fiche est basée sur l'utilisation de traceurs particuliers incorporés par injection-impulsion (Tecaliman 2004 a, b et c).

#### 1. Calcul du nombre de particules par classe d'âge

Le nombre de particules par classe d'âge est égal

au nombre de particules par kilogramme d'aliment multiplié par la quantité de produit traité pendant la période qui s'est écoulée entre deux échantillons analysés.

Exemple :

Age des particules (minute) Ti	N° Echantillon	Poids de l'échantillon (g) Pi	Nombre de particules		
			par échantillon ni	pour 1000 g d'aliment Ni = (ni/pi)*1000	par classe d'âge (Ni)*(166,670)
T0	0	226	0	0	
T1	2	218	0	0	
T2	4	215	0	0	
T14	28	232	0	0	
T15	30	275	1	3,64	607
T16	32	279	1	3,58	597
T42	84	270	8	29,68	4.987
T43	86	246	5	20,33	3.389

Tableau 1

Débit du procédé = 10.000 kg/h, période entre 2 échantillons analysés = 1 minute, quantité de produit traité entre deux échantillons = 10.000/60 soit 166,67 kg.

#### 2. Représentation graphique de la distribution des temps de séjour

La distribution des temps de séjour est représentée par les courbes des densités de fréquences (ou âges externes), des fréquences cumulées et éventuellement des courbes normées (Tecaliman 2004 a)

##### 2.1. Densités de fréquences

Exemple : Densité de fréquences ou âges externes dans un conditionneur longue durée (Figure 1).

##### 2.2. Fréquences cumulées

Exemple : Courbe de fréquences cumulées dans un procédé avec maturateur (Figure 2).

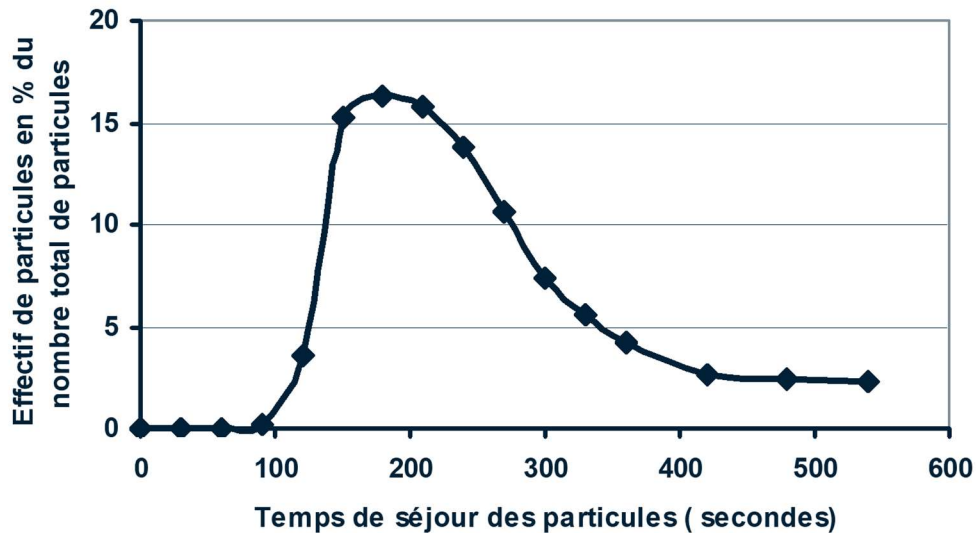


Figure 1 : Fonction E (Densité de fréquence des temps de séjour)

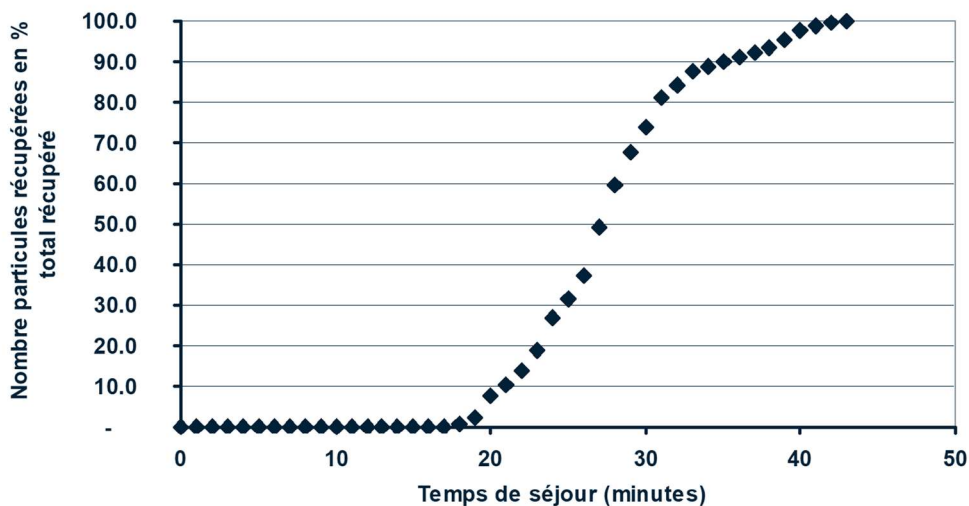


Figure 2 : Fonction F (Fréquences cumulées)

### 2.3. Courbes normées

Afin de pouvoir comparer différentes courbes de DTS entre elles, une représentation normée des courbes peut être adoptée (Tecaliman 2004 a).

Dans cette représentation, on porte en :

- abscisse le temps réduit,
- ordonnées, la concentration réduite.

Le temps réduit ( $T_{ri}$ ) est le rapport entre l'âge des particules au temps  $T_i$  et le temps de passage  $T_p$

$$T_{ri} = T_i / T_p$$

où  $T_p$  le temps de passage théorique (en seconde) est égal à la masse de produit présente dans le procédé (en kilogramme) divisée par le débit du procédé (kilogramme/seconde).

La concentration réduite ( $C_{ri}$ ) est la concentration en traceur ( $N_i$ ) à l'instant  $T_i$ , divisée par la

concentration équivalente ( $C_{eq}$ ), c'est-à-dire celle qu'aurait le traceur s'il était uniformément réparti dans le procédé :

$$C_{ri} = N_i / C_{eq} \text{ avec } C_{eq} = N / Ma$$

où  $N$  est le nombre total de particules injecté et  $Ma$  la masse de produit présente dans le procédé à l'instant  $T_0$  d'injection du traceur.

Exemple :

Le Temps de passage mesuré au cours des essais est de 181,8 secondes ( $T_p$ )

La Masse de produit présente dans le procédé est de 676,7 kg ( $Ma$ )

Le Nombre de particules injecté est de 1.512.000 ( $N$ )

Concentration équivalente à l'instant  $T_i$  :  $C_{eq} = N / Ma = 223,4$  p/100 g d'aliment

Ti ou classe d'âge des particules (secondes)	Temps réduit Tri = Ti/Tp	Nombre de particules par classe d'âge et pour 100 g d'aliment	Concentration réduite Ni/Ceq
T0	0	0	0
T30	0,17	0	0
T60	0,33	1	0,0045
T90	0,50	322	1,4411
T120	0,66	423	1,8931

Tableau 2

### 3. Calcul des variables caractéristiques de la DTS

La signification de ces variables est présentée dans la fiche technique n°53 (Tecaliman 2004a). Le Tableau 3 et le Tableau 6 donnent des exemples de calcul de ces différentes variables.

#### 3.1. Cas général

##### 3.1.1. Taux de récupération du traceur

Il est égal au pourcentage de particules récupérées sur le nombre de particules réellement injectées. Le nombre de particules réellement injectées étant égal à la masse de traceur réellement injecté multipliée par le nombre de particules par gramme de traceur.

Exemple :

Nombre de particules par gramme de traceur	2.084
Quantité de traceur injectée	412 grammes
Nombre de particules injectées	858.608
Nombre de particules récupérées	817.040
Taux de récupération %	95

Tableau 3

##### 3.1.2. Le temps de séjour moyen des particules dans le mélangeur-réacteur

Le temps de séjour moyen est égal à :

$$\bar{X} = \frac{\sum TiNi}{N}$$

où  $N = \sum Ni$  est l'effectif total de particules

Exemple : 28 minutes dans le Tableau 6.

##### 3.1.3. Le temps médian

Pour déterminer la valeur médiane, il faut, à partir des fréquences cumulées, sélectionner les 2 classes qui bornent l'effectif 50 %, supposer que tous les individus sont uniformément répartis dans cet intervalle et calculer par interpolation l'âge de l'effectif 50%.

Exemple :

L'observation du Tableau 4 et du Tableau 6 montre que le temps médian doit se situer entre les classes d'âge 26 et 27 minutes.

Classe d'âge ou temps de séjour (minute)	Fréquence cumulée (%)
B = T26	D = 46.66
A = T27	C = 56.67

Tableau 4

Le temps médian est donc égal à :

$$((A-B) \times (50,00-D) / (C-D)) + D = ((27-26) \times (50,00-46,66) / (56,67-46,66)) + 46,66 = 26,3 \text{ minutes}$$

##### 3.1.4. Le mode ou valeur dominante

Il correspond au temps de séjour le plus fréquent. Exemple : 27 minutes dans le Tableau 6.

##### 3.1.5. La période qui s'écoule entre les temps où 84 et 16% des particules ont séjourné dans le procédé (T68)

Il est calculé à partir des données cumulées, en prenant les temps nécessaires (T16% et T84%) pour que 16% et 84 % de l'effectif total des particules aient parcouru le procédé, temps calculés par interpolation comme le temps médian.

$$T68 = T84\% - T16\%$$

Exemple :

L'observation du Tableau 6 montre que :

- le temps T16 % se situe entre les classes d'âge 21 et 22 minutes, il est égal à 21,6 minutes.
  - le temps T84 % se situe entre les classes d'âge 32 et 33 minutes, il est égal à 32,5 minutes.
- d'où  $T68 = 32,5 - 21,6 = 10,9$  minutes.

##### 3.1.6. Le temps de séjour minimum

C'est le temps nécessaire pour voir apparaître à la sortie du procédé la première particule de traceur. Exemple : 15 minutes dans le Tableau 6.

### 3.2. Distribution des temps de séjour normale

#### 3.2.1. La variance de la fonction de distribution du temps de séjour

La variance  $S^2$  est égale :

$$S^2 = \frac{\sum Ni(Ti - \bar{X})^2}{N - 1}$$

Exemple : 27,7 dans le Tableau 6.

#### 3.2.2. Le coefficient d'asymétrie de la courbe distribution des temps de séjour, $\alpha_3$

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{S^3}$$

où  $m_3$  est le moment de 3<sup>ième</sup> ordre et  $S$  l'écart type.

$$m_3 = \frac{\sum Ni(Ti - \bar{X})^3}{N - 1}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

#### 3.2.3. Le coefficient d'aplatissement de la courbe distribution des temps de séjour : $\alpha_4$

$$\alpha_4 = \frac{m_4}{S^4}$$

où  $m_4$  est le moment de 4<sup>ième</sup> ordre et  $S$  l'écart type

$$m_4 = \frac{\sum Ni(Ti - \bar{X})^4}{N - 1}$$

### 4. Conclusion

Exemple :

A partir des données du Tableau 5 et du Tableau 6, la conclusion suivante peut être établie :

Sur une durée de prélèvement de 43 minutes, le taux de récupération en traceur est très élevé, soit 95%. La technique de mesure de la distribution du temps de séjour utilisée pour réaliser cette campagne peut donc être considérée comme fiable : choix du traceur, fréquence et technique de

prélèvement.

Il faut noter que 68% des particules de traceur injectées sont récupérées entre les temps 21,6 et 32,5 minutes, c'est-à-dire sur une période de 10,9 minutes.

Le temps moyen, le temps médian et le mode ont des valeurs très proches, respectivement 28, 26 et 27,8 minutes. Ceci signifie que la distribution des temps de séjour est unimodale (il existe un seul pic de passage des particules) et faiblement asymétrique. Ceci est confirmé par la valeur du coefficient d'asymétrie (0,6) qui traduit une traîne dans la distribution des temps de séjour des particules.

Le temps de séjour minimum des produits, de l'entrée du malaxeur du maturateur (MMA) à l'entrée du malaxeur de la presse (MAL), est de 15 minutes.

La valeur du coefficient d'aplatissement (3,2) montre que la distribution des temps de séjour présente une acuité proche de celle d'une distribution normale, c'est à dire que la concentration des données autour du mode est très élevée.

<b>Taux de récupération du traceur</b>	95%
<b>Temps moyen</b>	28 minutes
<b>Temps médian</b>	26 minutes
<b>Mode (Valeur la plus fréquente)</b>	27,8 minutes
<b>T 68 %</b>	10,9 minutes
<b>Temps minimal de traitement</b>	15 minutes
<b>Coefficient d'asymétrie (<math>\alpha_3</math>)</b>	0,6
<b>Coefficient d'aplatissement (<math>\alpha_4</math>)</b>	3,2

Tableau 5

### 5. Bibliographie

**Tecaliman 2004a**, Mesure de la durée des traitements - Notion de distribution des temps de séjour – i'Tec\_S11 – novembre 2004.

**Tecaliman 2004c**, Protocole de mesure de la distribution des temps de séjour dans un procédé de traitement en continu – i'Tec\_S13 – Novembre 2004.

**Tecaliman 2004 b**, Les traceurs de mesure de la distribution des temps de séjour – i'Tec\_S12 – novembre 2004.

Ti Classe d'âge (min)	Ni Effectif par classe (Nombre de particules)	Ni cum	Ti x Ni	Ti - moy	Ni*(Ti - moy) <sup>2</sup>	Ni*(Ti - moy) <sup>3</sup>	Ni*(Ti - moy) <sup>4</sup>
T0	0,00	0,00	0,00	-28,00	0,00	0,00	0,00
T1	0,00	0,00	0,00	-27,00	0,00	0,00	0,00
T2	0,00	0,00	0,00	-26,00	0,00	0,00	0,00
T3	0,00	0,00	0,00	-25,00	0,00	0,00	0,00
T4	0,00	0,00	0,00	-24,00	0,00	0,00	0,00
T5	0,00	0,00	0,00	-23,00	0,00	0,00	0,00
T9	0,00	0,00	0,00	-19,00	0,00	0,00	0,00
T10	0,00	0,00	0,00	-18,00	0,00	0,00	0,00
T11	0,00	0,00	0,00	-17,00	0,00	0,00	0,00
T12	0,00	0,00	0,00	-16,00	0,00	0,00	0,00
T13	0,00	0,00	0,00	-15,00	0,00	0,00	0,00
T14	0,00	0,07	0,00	-14,00	0,00	0,00	0,00
T15	0,07	0,07	1,06	-13,00	11,94	-155,22	2.017,45
T16	0,00	0,07	0,00	-12,00	0,00	0,00	0,00
T17	0,00	0,56	0,00	-11,00	0,00	0,00	0,00
T18	0,49	1,96	8,86	-10,00	49,21	-491,94	4.918,13
T19	1,40	7,22	26,58	-9,00	113,27	-1.019,11	9.169,39
T20	5,26	9,92	105,17	-8,00	336,32	-2.689,72	21.510,95
T21	2,70	13,28	56,65	-7,00	132,08	-924,24	6.467,35
T22	3,36	17,96	73,92	-6,00	120,86	-724,87	4.347,35
T23	4,68	25,54	107,75	-5,00	117,00	-584,72	2.922,13
T24	7,58	29,98	181,85	-4,00	121,08	-484,01	1.934,79
T25	4,44	35,31	111,08	-3,00	39,92	-119,66	358,69
T26	5,33	46,66	138,52	-2,00	21,26	-42,46	84,81
T27	11,35	56,67	306,52	-1,00	11,29	-11,27	11,24
T28	10,01	64,40	280,14	0,00	0,00	0,00	0,00
T29	7,74	70,16	224,32	1,00	7,77	7,79	7,81
T30	5,75	77,13	172,59	2,00	23,07	46,20	92,52
T31	6,97	80,15	216,06	3,00	62,83	188,66	566,47
T32	3,02	83,52	96,66	4,00	48,39	193,69	775,24
T33	3,37	84,47	111,30	5,00	84,40	422,23	2.112,21
T43	0,39	95,48	16,97	15,00	88,84	1.332,79	19.995,17
Total	Effectif = N = 95		2.662,25		2.602,21	8.467,84	233.083,86
Moyenne		28,00	Moment de 4 <sup>ième</sup> ordre		2.479,6		
Variance		2,7	Coeff. aplatissement		3,2		
Moment de 3 <sup>ième</sup> ordre <sup>3</sup>		90,1	Coeff. asymétrie		0.6		

Tableau 6